

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ 是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 ()

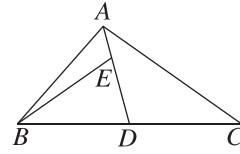
- A. $2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$
- B. $3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ 和 $2\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_1$
- C. $\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_1$
- D. \mathbf{e}_1 和 $\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$

2. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 都是非零向量,下列四个条件中,使 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}$ 成立的充分条件是 ()

- A. $\mathbf{a} = -2\mathbf{b}$
- B. $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$
- C. $\mathbf{a} = 3\mathbf{b}$
- D. $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 且 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$

3. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,点D是边BC的中点,E是线段AD上靠近点A的三等分点,则 $\overrightarrow{BE} =$ ()

- A. $\frac{5}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
- B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$
- C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
- D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



4. 已知 $|\mathbf{a}|=1, |\mathbf{b}|=2, \mathbf{a}$ 与 \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$,那么 $|4\mathbf{a}-\mathbf{b}|=$ ()

- A. 2
- B. 6
- C. $2\sqrt{3}$
- D. 12

5. [2025·天津滨海新区高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, $a=\sqrt{2}, b=\sqrt{3}, A=45^\circ$,则 $B=$ ()

- A. 60°
- B. 120°
- C. 60° 或 120°
- D. 以上都不对

6. 已知向量 $\mathbf{a}=(1, -\sqrt{3}), |\mathbf{b}|=1$,且 $(\mathbf{a}-2\mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a}+\mathbf{b})=3$,则 $\mathbf{a}+2\mathbf{b}$ 在 \mathbf{a} 上的投影向量的坐标是 ()

- A. $(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$
- B. $(\frac{1}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$
- C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$
- D. $(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$

7. [2025·承德高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .若 $2A=B+C, a^2=bc$,则 $\triangle ABC$ 一定是 ()
- A. 三边不全相等的锐角三角形
 - B. 钝角三角形
 - C. 直角三角形
 - D. 等边三角形

8. [2025·湖北汉川高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$,且 $\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{BA}|} = \frac{\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}, 4a+c=6$,则 BD 的最大值是 ()

- A. 2
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{3}{2}$
- D. $\frac{2}{3}$

- 二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 对于平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$,下列结论不正确的是 ()
- A. 若向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 不相等,则 $|\mathbf{a}| \neq |\mathbf{b}|$
 - B. 若 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$,则向量 $\mathbf{a} > \mathbf{b}$
 - C. 若向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 不共线,则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 都是非零向量
 - D. 若向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 共线,向量 \mathbf{b} 与 \mathbf{c} 共线,则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 也共线

10. [2025·枣庄高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,下列说法正确的是 ()

- A. 若 $c=\sqrt{3}, b=1, B=\frac{\pi}{6}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B. 若 $a^2+b^2 < c^2$,则 C 为钝角
- C. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,则 $\sin A > \cos B$
- D. 若 $B=\frac{\pi}{3}, a=2\sqrt{3}$,且 $\triangle ABC$ 有两解,则 b 的取值范围是 $(3, 2\sqrt{3})$

11. [2025·咸阳高一期中] 如图,若 $\triangle ABC$ 内有一点P,使得 $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \theta$,则称点P为 $\triangle ABC$ 的布罗卡尔点,θ为 $\triangle ABC$ 的布罗卡尔角.记 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,布罗卡尔点为P,布罗卡尔角为θ, $\triangle ABC$ 的面积为S,则下列说法正确的是 ()

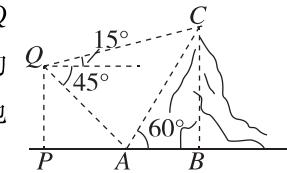
- A. 若 $\triangle ABC$ 为正三角形,则 $PC = \sqrt{3}a \sin \theta$
- B. 若 $\theta = \frac{\pi}{6}$,则 $S = \frac{1}{4}(aPB + bPC + cPA)$
- C. 若 $A = 2\theta$,则 $a^2 + b^2 + c^2 = 4bc \cos^2 \theta$
- D. 若 $a = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{6}$,则 $\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCA$

的外接圆半径之积为 $3\sqrt{3}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知向量 $\mathbf{a}=(1, 2), \mathbf{b}=(x, 1), 2\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与 \mathbf{b} 平行,则 x 的值为 _____.

13. 如图,某山的高度 $BC=300$ m,一架无人机在Q处观测到山顶C的仰角为 15° ,地面上A处的俯角为 45° ,若 $\angle BAC=60^\circ$,则此无人机距离地面的高度PQ为 _____ m.



14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=3, \angle BAC=90^\circ$,D在边BC上(不包括端点),延长AD到P,使得 $AP=9$,若 $\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+(\frac{3}{2}-m)\overrightarrow{PC}$ (m为常数),则线段CD的长度为 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)[2025·昭通高一期中] 已知向量 $\mathbf{a}=(1, 2), \mathbf{b}=(3, -2)$.

(1)求 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$;

(2)若 $|\mathbf{c}|=\sqrt{10}$,且 $(2\mathbf{a}+\mathbf{c}) \perp \mathbf{c}$,求向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{c} 的夹角.



16. (15分)已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $a = b \cos C + c \sin B$.

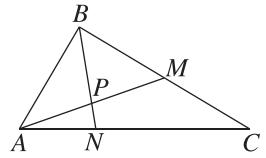
(1)求 B ;

(2)若 $b = \sqrt{5}, c = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (15分)如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = 2, AC = 4, \angle BAC = 60^\circ, M$ 是 BC 的中点, N 是 AC 上的点,且 $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC}, AM, BN$ 相交于点 P . 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$.

(1)若 $x = \frac{1}{3}$, 试用向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 表示 $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{PN}$;

(2)若 $AM \perp PN$, 求实数 x 的值.



18. (17分)[2025·江苏常州高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对

的边分别为 a, b, c , 且 $\sin C = \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin C - \sin B}$.

(1)求 A .

(2)已知 $a = 3, b + c = 3\sqrt{3}$.

①若 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , 求线段 AD 的长;

②若 $b > c$, 点 P, Q 是边 AC 上的两个动点, 且 $\angle PBQ = \frac{\pi}{6}$, 设 $\triangle PBQ$ 的面积为 S , 求 S 的最小值.

19. (17分)[2025·惠州高一期中] 设 A 是直线 PQ 外一点, 点 M 在直线 PQ 上(点 M 与点 P, Q 均不重合), 我们称如下操作为“由 A 点对 PQ 施以视角运算”: 若点 M 在线段 PQ 上, 记 $(P, Q; M) = \frac{AP \sin \angle PAM}{AQ \sin \angle MAQ}$; 若点 M 在线段 PQ 外, 记 $(P, Q; M) = -\frac{AP \sin \angle PAM}{AQ \sin \angle MAQ}$. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 点 D 在射线 BC 上.

(1)若 D 是 BC 的中点, 由 A 点对 BC 施以视角运算, 求 $(B, C; D)$ 的值;

(2)若 $A = 60^\circ, a = 4, AB \perp AD$, 由 A 点对 BC 施以视角运算, $(B, C; D) = -3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(3)若 $A = 120^\circ, AD = 4$, 由 A 点对 BC 施以视角运算, $(B, C; D) = \frac{c}{b}$, 求 $b + 4c$ 的最小值.